

Определение. $F(x)$ называется первообразной для $f(x)$ на промежутке J , если $F'(x)=f(x)$ для любого $x \in J$

Основное свойство.
Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$ на J , то общий вид всех первообразных для $f(x)$: $F(x)+C$, где $C = \text{const}$

Графики функций $F(x)+C$ получаются из графика $y=F(x)$ сдвигом вдоль оси Oy

Первообразная

1. Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$, а $H(x)$ – первообразная для $h(x)$, то $F(x)+H(x)$ – первообразная для $f(x)+h(x)$.
2. Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$ и k – постоянная, то $kF(x)$ – первообразная для $k \cdot f(x)$.
3. Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$, k и b – постоянные, где $k \neq 0$, то $\frac{1}{k} F(kx+b)$ – первообразная для $f(kx+b)$

Формула Ньютона – Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a),$$

где $F(x)$ – первообразная для $f(x)$ на отрезке $[a; b]$

1. Интеграл суммы равен сумме интегралов

$$\int_a^b (f_1(x) + f_2(x)) dx = \int_a^b f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx$$

2. Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

Правила вычисления первообразных

№	Правила	Примеры
1	Первообразная суммы равна сумме первообразных	$f(x) = x^2; F(x) = \frac{1}{3}x^3$ $g(x) = 2x; G(x) = x^2$
		Первообразная для функции $f(x) + g(x)$: $\frac{1}{3}x^3 + x^2$
2	Постоянный множитель можно вынести за знак первообразной	$f(x) = x^3; F(x) = \frac{1}{4}x^4$ $f_1(x) = 3 \cdot x^3$, значит, $F_1(x) = 3 \cdot \frac{1}{4}x^4 = \frac{3}{4}x^4$
3	Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$ и k, b – постоянные, $k \neq 0$, то $\frac{1}{k}F(kx+b)$ – первообразная для $f(kx+b)$	$f(x) = (2x-1)^5$. Для $h(x) = x^5$ – первообразная $H(x) = \frac{x^6}{6}$. Для функции $h(2x-1) = (2x-1)^5$ первообразной будет $\frac{1}{2}H(2x-1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-1)^6}{6}; F(x) = \frac{(2x-1)^6}{12}$
№	Правила вычисления интегралов	Примеры
1	$\int_a^b (f_1(x) + f_2(x)) dx = \int_a^b f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx$	$\int_0^1 (x^2 + 5x) dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 5x dx = \frac{1}{3}x^3 \Big _0^1 + \frac{5}{2}x^2 \Big _0^1 = \frac{1}{3} + \frac{5}{2} = 2\frac{5}{6}$
2	$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$	$\int_1^2 5x dx = 5 \cdot \int_1^2 x dx = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 \Big _1^2 \right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2^2 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 \right) = 5 \cdot 1,5 = 7,5$

Таблица первообразных

№	Функция	Первообразная
1	$f(x) = k$	$F(x) = kx$
2	$f(x) = x^r$ ($r \neq -1$)	$F(x) = \frac{x^{r+1}}{r+1}$
3	$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln x $
4	$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
5	$f(x) = a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln a}$
6	$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$
7	$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$
8	$f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$	$F(x) = -\operatorname{ctg} x$
9	$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$	$F(x) = \operatorname{tg} x$
10	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x) = \arcsin x$
11	$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$F(x) = \operatorname{arctg} x$

Некоторые часто встречающиеся постоянные

Величина	n	$\lg n$	Величина	n	$\lg n$
π	3,1416	0,4971	$\sqrt[3]{1:\pi}$	0,6828	$\bar{1},8343$
2π	6,2832	0,7982	$\sqrt[3]{\pi:6}$	0,8060	$\bar{1},9063$
3π	9,4248	0,9743	$\sqrt[3]{3:4\pi}$	0,6204	$\bar{1},7926$
4π	12,5664	1,0992	$\sqrt[3]{\pi^2}$	2,1450	0,3314
$4\pi:3$	4,1888	0,6221	e	2,7183	0,4343
$\pi:2$	1,5708	0,1961	e^2	7,3891	0,8686
$\pi:3$	1,0472	0,0200	\sqrt{e}	1,6487	0,2171
$\pi:4$	0,7854	$\bar{1},8951$	$\sqrt[3]{e}$	1,3956	0,1448
$\pi:6$	0,5236	$\bar{1},7190$	$1:e$	0,3679	$\bar{1},5657$
$\pi:180$	0,0175	$\bar{2},2419$	$1:e^2$	0,1353	$\bar{1},1314$
$2:\pi$	0,6366	$\bar{1},8039$	$\sqrt{1:e}$	0,6065	$\bar{1},7829$
$180:\pi$	57,2958	1,7581	$\sqrt[3]{1:e}$	0,7165	$\bar{1},8552$
$10\ 800:\pi$	3 437,7467	3,5363	$M = \lg e$	0,4343	$\bar{1},6378$
$648\ 000:\pi$	206 264,81	5,3144	$\frac{1}{M} = \ln 10$	2,3026	0,3622
$1:\pi$	0,3183	$\bar{1},5029$	$2!$	2	
$1:2\pi$	0,1592	$\bar{1},2018$	$3!$	6	
$1:3\pi$	0,1061	$\bar{1},0257$	$4!$	24	
$1:4\pi$	0,0796	$\bar{2},9008$	$5!$	120	
π^2	9,8696	0,9943	$6!$	720	
$2\pi^2$	19,7392	1,2953	$7!$	5040	
$\sqrt{\pi}$	1,7725	0,2486	$8!$	40320	
$\sqrt{2\pi}$	2,5066	0,3991	$9!$	362880	
$\sqrt{\pi:2}$	1,2533	0,0981	$10!$	3628800	
$\sqrt{1:\pi}$	0,5642	$\bar{1},7514$	$11!$	39916800	
$\sqrt{2:\pi}$	0,7979	$\bar{1},9019$	$12!$	479001600	
$\sqrt{3:\pi}$	0,9772	$\bar{1},9900$			
$\sqrt{4:\pi}$	1,1284	0,0525			
$\sqrt[3]{\pi}$	1,4646	0,1657			