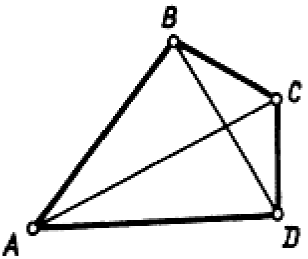
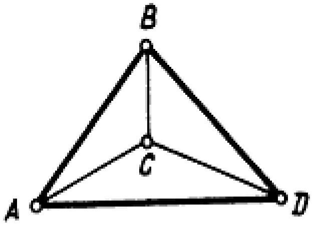
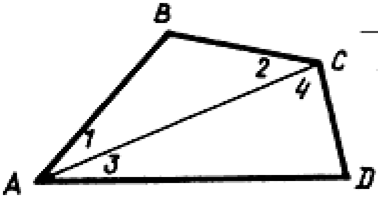
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

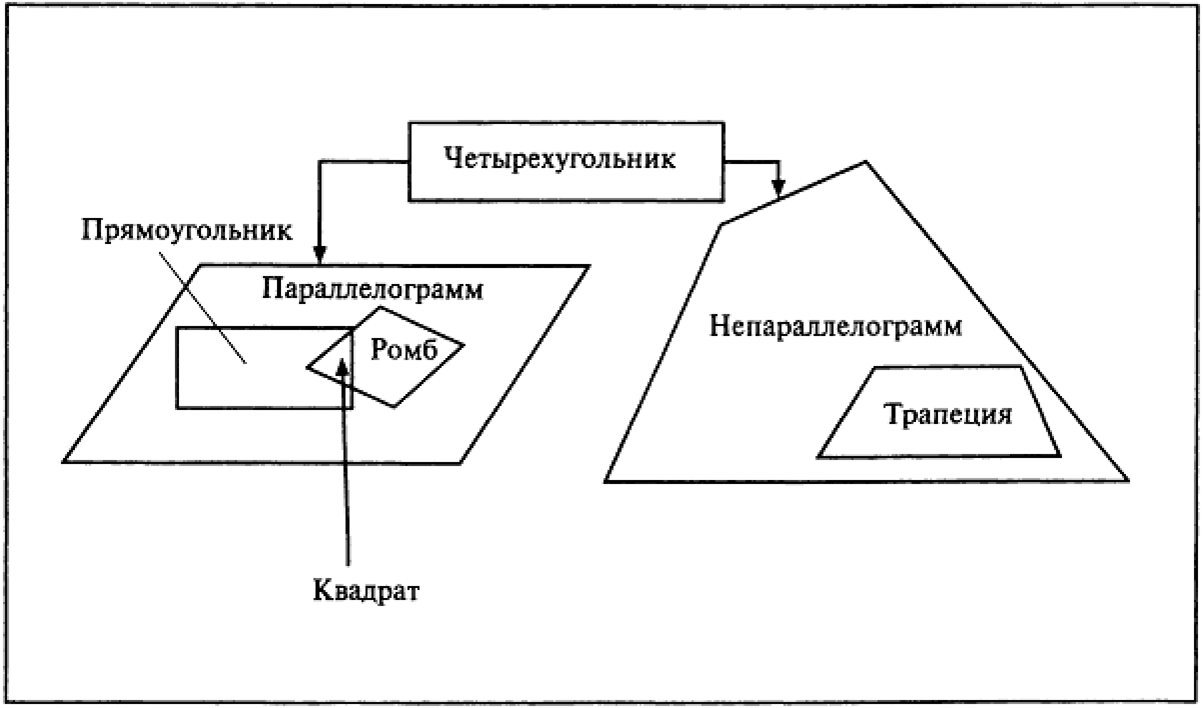
ВЫПУКЛЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК	НЕВЫПУКЛЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК
	

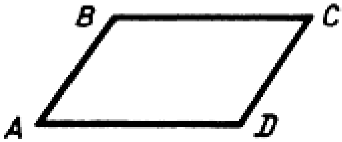
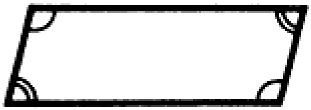
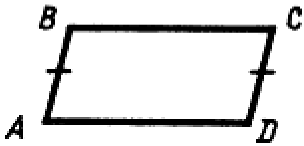
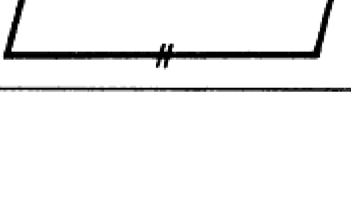
Точки A, B, C, D — вершины четырехугольника $ABCD$,
отрезки AB, BC, CD, DA — стороны
AB и CD, BC и DA — противоположные стороны
$\left.\begin{matrix} AB \text{ и } BC,\ BC \text{ и } CD \\ CD \text{ и } DA,\ DA \text{ и } AB \end{matrix}\right\}$ — смежные (или соседние) стороны
AC и BD — диагонали
$\left.\begin{matrix} \angle ABC,\ \angle BCD, \\ \angle CDA,\ \angle DAB \end{matrix}\right\}$ — углы четырехугольника $ABCD$

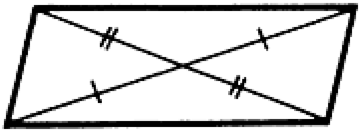
Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360°

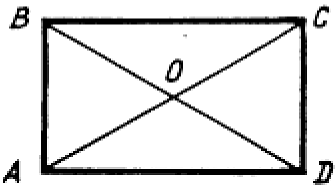
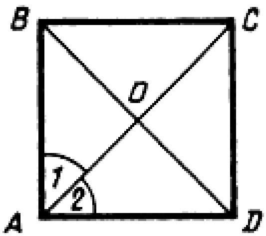


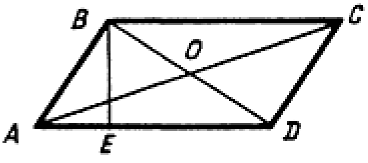
$$\angle 1 + \angle B + \angle 2 = 180^\circ$$
$$\angle 3 + \angle D + \angle 4 = 180^\circ$$
$$\overline{\angle A + \angle B + \angle D + \angle C = 360^\circ}$$


Четырехугольник
Прямоугольник
Параллелограмм
Ромб
Непараллелограмм
Трапеция
Квадрат

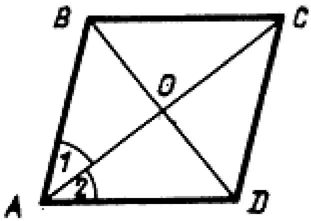
<table>
<tr><th colspan="2">ПАРАЛЛЕЛОГРАММ</th></tr>
<tr><td colspan="2">
$AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.</td></tr>
<tr><th>СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛОГРАММА</th><th>ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА</th></tr>
<tr><td>1. В параллелограмме противоположные углы равны
</td><td>1. Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм

Если $AB = CD$ и $AB \parallel CD$, то $ABCD$ — параллелограмм</td></tr>
<tr><td>2. В параллелограмме противоположные стороны равны
</td><td>2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник — параллелограмм</td></tr>
</table>

3. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам 	3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм

 	$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$, $ABCD$ — прямоугольник, $AC = BD$ $S_{ABCD} = AB \cdot AD$ т. O - центр описанной окружности $AC \cdot BD = AC \cdot CD + AD \times CB$
 	$AB = BC = CD = AD$. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ $ABCD$ — квадрат $AC = BD$, $AC \perp BD$; $\angle 1 = \angle 2$ $S_{ABCD} = AD^2$ т. O — центр вписанной окружности и центр описанной окружности $AC \cdot BD = AC \cdot CD + AD \times CB$

<table>
<tr><th colspan="2">ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ
В ПАРАЛЛЕЛОГРАММАХ</th></tr>
<tr><th>ИЗОБРАЖЕНИЕ</th><th>ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$AD = BC$, $AB = BC$.
$\Delta BAD = \Delta DBC$
$BO = OD$, $AO = OC$; $AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2 + AD^2 + CB^2$, $BE \perp AD$

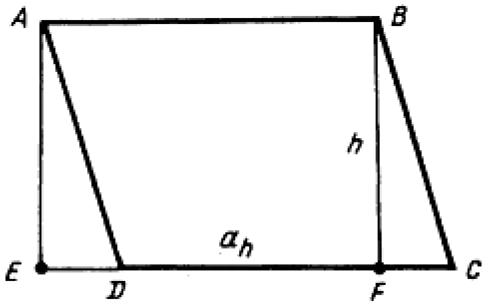
$S_{ABCD} = AD \cdot BE$,

$S_{ABCD} = AB \cdot AD \sin A$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$AD = BC$, $CD = AD$
$ABCD$ — ромб,
$AC \perp BD$, $\angle 1 = \angle 2$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC$
т. O — центр вписанной окружности</td></tr>
</table>

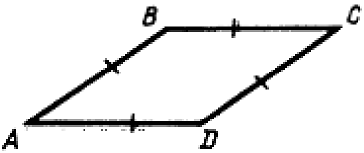
ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

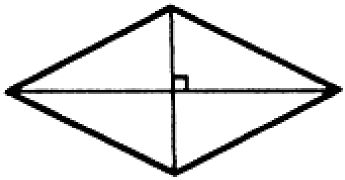
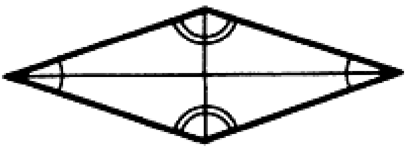
$$S = a_h \cdot h$$

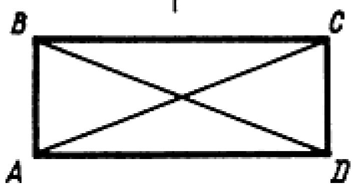


Если $ABCD$— прямоугольник, то $S_{ABCD} = a_h \cdot h$
Если $ABCD$— не прямоугольник, то пусть $\angle DAB < 90°$

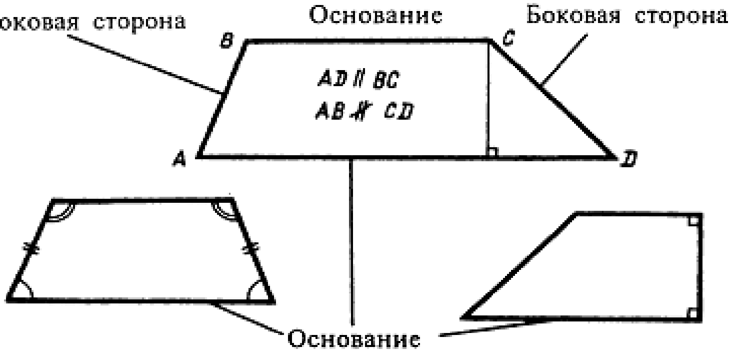
$$S_{ABCE} = S_{\Delta AED} + S_{ABCD}$$
$$S_{ABCE} = S_{ABFE} + S_{\Delta BFC}$$
$$S_{\Delta AED} = S_{\Delta BFC}$$
$$S_{ABCD} = S_{ABFE}$$
$$S_{ABCD} = a_h \cdot h$$

<table>
<tr><th colspan="2">РОМБ</th></tr>
<tr><td colspan="2">

$ABCD$ — ромб
$AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$
$AB = CD = BC = AD$</td></tr>
<tr><th>СВОЙСТВА РОМБА</th><th>ПРИЗНАКИ РОМБА</th></tr>
<tr><td>1. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом</td><td>1. Если диагонали параллелограмма пересекаются под прямым углом, то этот параллелограмм — ромб</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2. Диагонали ромба являются биссектрисами его углов</td><td>2. Если диагонали параллелограмма являются биссектрисами его углов, то этот параллелограмм — ромб</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Все свойства параллелограмма верны для ромба</td><td></td></tr>
</table>

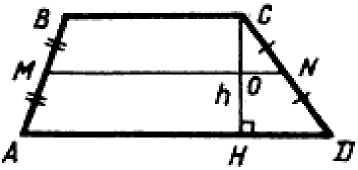
ПРЯМОУГОЛЬНИК	
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$	
СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНИКА	**ПРИЗНАКИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА**
Диагонали прямоугольника равны	Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник
	
Все свойства параллелограмма верны для прямоугольника	

ТРАПЕЦИЯ



Равнобедренная (равнобочная) трапеция

Прямоугольная трапеция



Средняя линия трапеции

$MN \parallel BC$; $MN \parallel AD$

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

$$CO = OH$$

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot h = MN \cdot h$$

Окружность, описанная вокруг трапеции

Вписанная равнобедренная трапеция

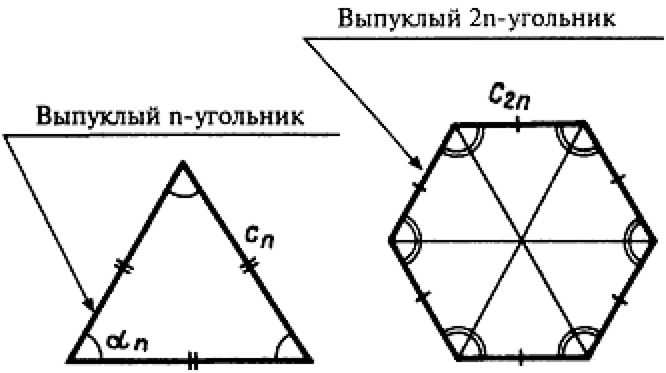
Описанная около окружности трапеция

Вписанная окружность

$$AC \cdot BD = AC \cdot CD + AD \cdot CB$$

$$\angle A + \angle C = 180^\circ; \quad \angle B + \angle D = 180^\circ$$

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ (ОБЩИЙ ВИД)



$$\alpha_n = \frac{n-2}{n}\cdot 180^\circ;\ \alpha'_n = \frac{360^\circ}{n};\ \alpha_n + \alpha'_n = 180^\circ;$$

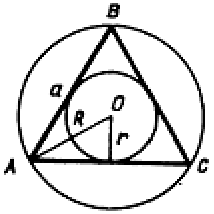
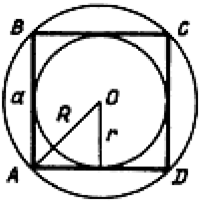
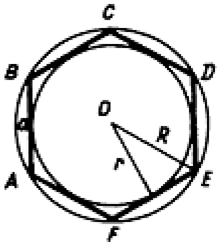
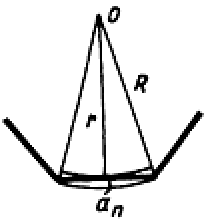
$$r_n = \frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - C_n^2};\ \ C_{2n} = \sqrt{2R^2 - R\sqrt{4R^2 - C_n^2}}$$

$$C_{2n} = \sqrt{2R^2 - 2Rr_n}\ ;\ S_n = \frac{1}{2}R^2 n \sin\frac{360^\circ}{n},$$

где S_n — площадь правильного многоугольника

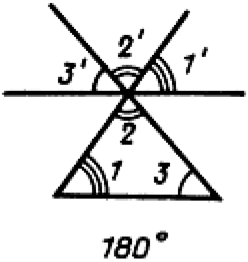
$$S_n = \frac{nC_n r_n}{2} = \frac{nC_n\sqrt{4R^2 - C_n^2}}{4} = \frac{nR^2}{2}\sin\alpha'_n$$

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Наименование	Изображение	Формулы для вычисления: стороны	Формулы для вычисления: площади
Правильный треугольник		$R\sqrt{3}$ $2r\sqrt{3}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
Квадрат		$R\sqrt{2}$; $2r$	a^2
Правильный шестиугольник		R; $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$
Правильный n-угольник		$2R\sin\frac{180^\circ}{n}$ $2r\,tg\,\frac{180^\circ}{n}$	$\frac{1}{2}P_n r_n$

СУММА ВНУТРЕННИХ УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА, ВЫПУКЛОГО МНОГОУГОЛЬНИКА. ТЕОРЕМА О ВНЕШНЕМ УГЛЕ ТРЕУГОЛЬНИКА

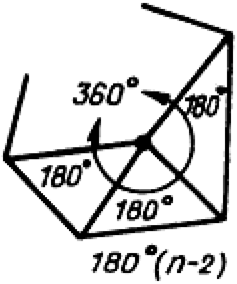
Сумма внутренних углов треугольника



$\angle 1 = \angle 1'$
$\angle 2 = \angle 2'$
$\angle 3 = \angle 3'$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1' + \angle 2' + \angle 3'$
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$

Сумма углов выпуклого многоугольника, имеющего n сторон



Число сторон — n,
число Δ — n; сумма всех внутренних углов:
$180° \cdot n - 360° = 180°(n-2)$

Всякий внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним углов

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$, $\angle 1 + \angle 2 = 180° - \angle 3$, но $\angle 4 = 180° - \angle 3$
Значит, $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$