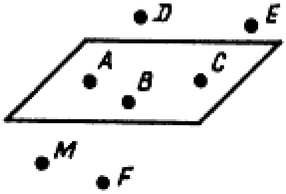
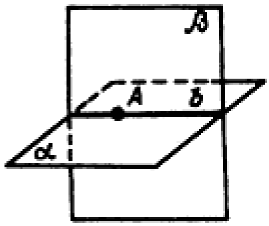
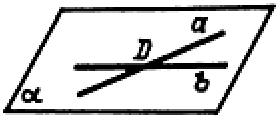
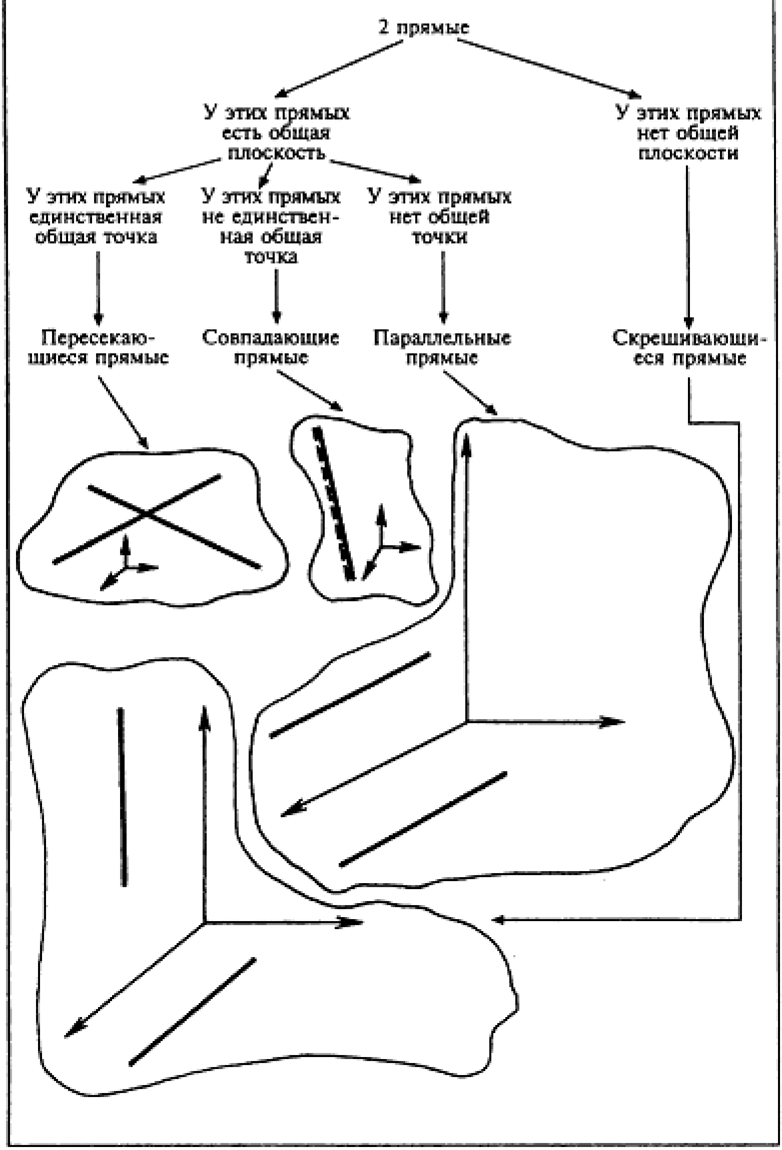
АКСИОМАТИКА СТЕРЕОМЕТРИИ

АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ	РИСУНОК
C_1. Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей	
C_2. Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой	
C_3. Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость и притом только одну	

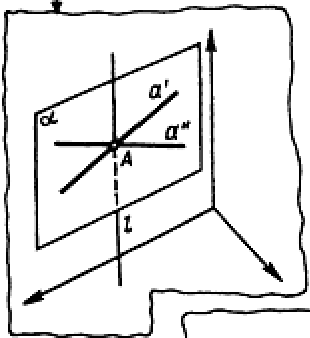
ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ

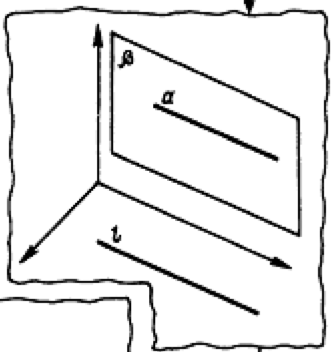


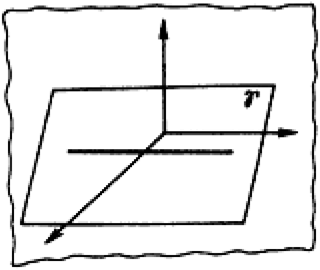
ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая и плоскость

Имеется единственная общая точка	Общая точка не единственная	Нет общих точек
Пересечение	Совпадение	Параллельность







Признак перпендикулярности:

$$\frac{a' \in \alpha,\ a'' \in \alpha,\quad a' \cap a'' = A,\quad l \perp a',\ l \perp a''}{l \perp \alpha}$$

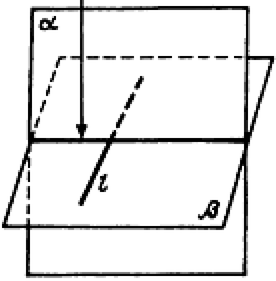
Признак параллельности:

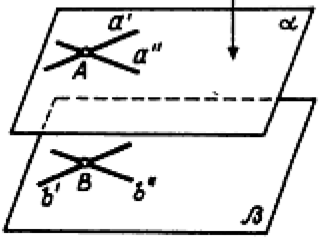
$$\frac{a \in \beta,\ l \notin \beta,\ l \parallel a}{l \parallel \beta}$$

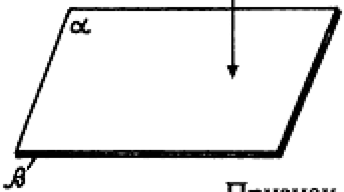
ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости

Есть единственная общая прямая	Общая прямая не единственная	Нет общей прямой
Пересечение	Совпадение	Параллельность







Признак параллельности:

$a' \in \alpha,\ a'' \in \alpha,\ a' \cap a'' = A$

$b' \in \beta,\ b'' \in \beta,\ b' \cap b'' = B$

$a' \parallel b',\ a'' \parallel b''$

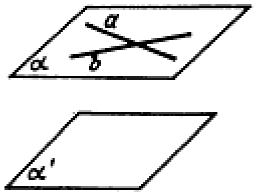
$$\frac{a' \in \alpha,\ a'' \in \alpha,\ a' \cap a'' = A;\quad b' \in \beta,\ b'' \in \beta,\ b' \cap b'' = B;\quad a' \parallel b',\ a'' \parallel b''}{\alpha \parallel \beta}$$

Признак перпендикулярности:

$$\frac{l \in \beta,\ l \perp \alpha}{\alpha \perp \beta}$$

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ

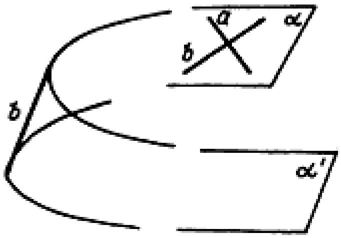
ОПРЕДЕЛЕНИЕ: $\alpha \parallel \beta$, если нет общих точек



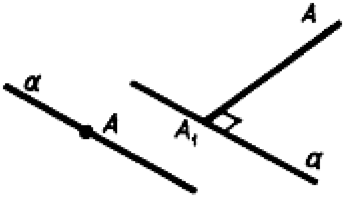
ТЕОРЕМА:

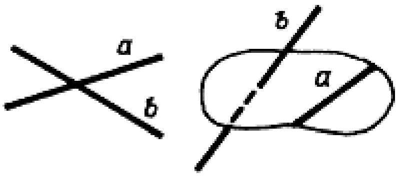
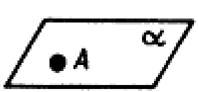
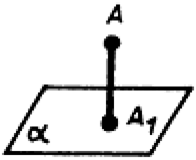
$$\frac{a \in b,\ a \in \alpha,\ a \parallel \alpha';\ b \parallel \alpha'}{\alpha \parallel \alpha_1}$$

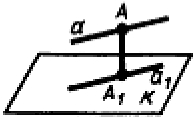
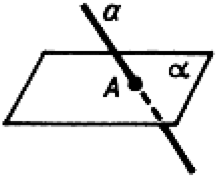
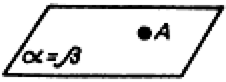
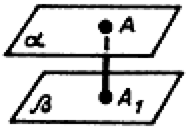
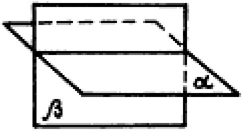
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:



Пусть $\alpha \cap \beta = l$
a и b не пересекаются с l, так как $l \in \alpha'$ (a и b с α' не имеют общих точек)
Итак, $a \in \alpha$, $b \in \alpha$, $l \in \alpha$ и $a \parallel l$, $b \parallel l$, т.е. две непересекающиеся прямые параллельны третьей
Противоречие аксиоме параллельности прямых

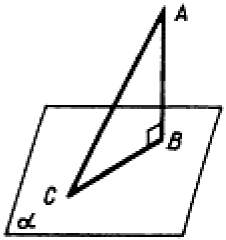
<table>
<tr><th colspan="3">РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ФИГУРАМИ</th></tr>
<tr><td>I</td><td colspan="2">$d = 0$ $d = |AA_1|$

Расстояние d от точки A до прямой a равно расстоянию от этой точки до ее проекции на данную прямую</td></tr>
<tr><td>II</td><td>$d = |AA_1|$
$a = b$,
$d = 0$

Расстояние d между параллельными прямыми a и b равно расстоянию от произвольной точки прямой a до прямой b</td><td>$d = 0$

Расстояние между пересекающимися прямыми равно нулю</td></tr>
<tr><td>III</td><td colspan="2">
$A \in \alpha$,
$d = 0$

$A \notin \alpha$,
$[AA_1] \perp \alpha$, $A_1 \in \alpha$,
$d = |AA_1|$
Расстояние d от точки A до плоскости α равно расстоянию от этой точки до ее проекции на данную плоскость</td></tr>
</table>

IV	$a \cap \alpha = \varnothing,\ A \notin \alpha,\ A_1 \in \alpha,$ $[AA_1] \perp \alpha,\ d = \lvert AA_1 \rvert$ $a \subset \alpha$ $d = 0$  Расстояние d между прямой a и параллельной ей плоскостью α равно расстоянию от произвольной точки прямой до данной плоскости	$a \cap \alpha = A,\ d = 0$  Расстояние d между пересекающимися прямой и плоскостью равно нулю
V	$d = 0$   $A \in \alpha,\ A_1 \in \beta,$ $[AA_1] \perp \beta,\ d = \lvert AA_1 \rvert$ Расстояние d между параллельными плоскостями α и β равно расстоянию от произвольной точки A плоскости α до плоскости β	$d = 0$  Расстояние d между пересекающимися плоскостями равно нулю

НАКЛОННАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

<table>
<tr>
<td>

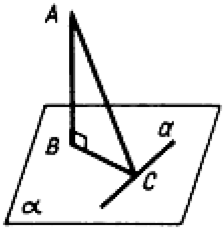


$AB \perp \alpha$; AC — наклонная; C — основание наклонной; CB — проекция наклонной

</td>
<td>

$AC > AB$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

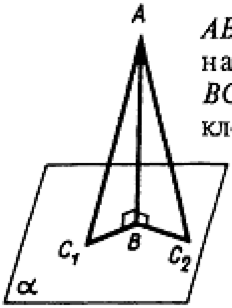


$AB \perp \alpha$; AC — наклонная; C — основание наклонной; BC — проекция; $a \subset \alpha$

</td>
<td>

Теорема о трех перпендикулярах:
«Если $a \perp BC$, следовательно, $a \perp AC$.
Если $a \perp AC$, следовательно, $a \perp BC$»

</td>
</tr>
<tr>
<td>

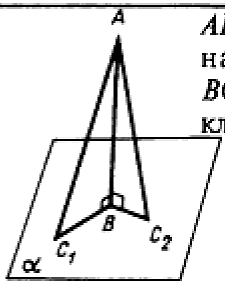


$AB \perp \alpha$; AC_1, AC_2 — наклонные; BC_1, BC_2 — проекции наклонных.

</td>
<td>

Если $AC_1 = AC_2$, то $BC_1 = BC_2$.
Если $BC_1 = BC_2$, то $AC_1 = AC_2$

</td>
</tr>
<tr>
<td>



$AB \perp \alpha$; AC_1, AC_2 — наклонные; BC_1, BC_2 — проекции наклонных

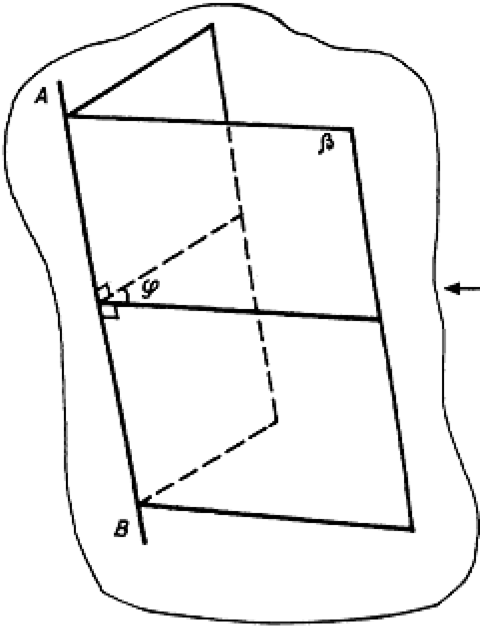
</td>
<td>

Если $AC_1 > AC_2$, то $BC_1 > BC_2$.
Если $BC_1 > BC_2$, то $AC_1 > AC_2$

</td>
</tr>
</table>

ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

Двугранный угол с ребром AB и гранями α и β; плоскость φ пересекает ребро AB под прямым углом, а плоскости α и β вырезают на ней линейный угол φ данного двугранного угла



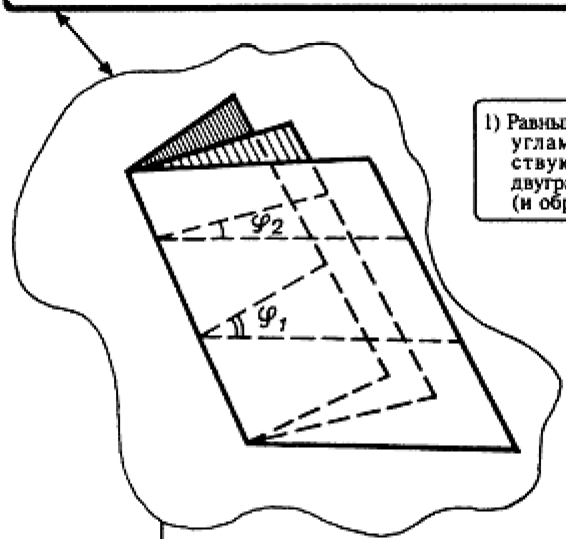
$\angle(\alpha, \beta) = \angle\varphi$

$0° < \angle\varphi < 180°$

Фигура, образованная полуплоскостями, не принадлежащими одной плоскости, с общей ограничивающей прямой

$\angle\varphi_1 = \angle\varphi_2$, если «при вложении» два двугранных угла совмещаются

$\angle\varphi_1 > \angle\varphi_2$, если первый угол «при вложении» составит часть второго угла



1) Равным линейным углам соответствуют равные двугранные углы (и обратно)

2) Большему линейному углу соответствует больший двугранный угол (и обратно)

- Смежные
- Вертикальные
- Прямые (равенство двух смежных)