



**Способы задания
числовых последовательностей**

<p>Аналитический способ</p>	$a_n = \frac{n}{n+1}$ $a_1 = \frac{1}{2}; \quad a_2 = \frac{2}{3}; \quad a_3 = \frac{3}{4}; \dots$
<p>Рекуррентный способ</p>	$a_1 = 1; \quad a_{n+1} = a_n + 5;$ $a_2 = 6; \quad a_3 = 11; \quad a_4 = 16; \dots$
<p>Возрастающая последовательность</p>	<p>$(x_n): 0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \dots; \frac{n-1}{n}; \dots$ — возрастающая, т. к.</p> $x_{n+1} - x_n = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n(n+1)} > 0,$ <p>т. е. $x_{n+1} > x_n$</p>
<p>Убывающая последовательность</p>	<p>$(x_n): 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{n}; \dots$ — убывающая, т. к.</p> $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = -\frac{1}{n(n+1)} < 0,$ <p>т. е. $x_{n+1} < x_n$</p>
<p>Ограниченная последовательность</p>	<p>$(x_n): 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{n}; \dots$ — ограниченная, т. к.</p> $0 < x_n \leq 1$

Характеристики	Последовательность	
	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Определение	Каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом d (разность прогрессии) $a_{n+1} = a_n + d$	Каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число q (знаменатель прогрессии) $b_{n+1} = b_n \cdot q$
Формула n -го члена	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Формула суммы n первых членов (через первый член и n -й)	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1}$
Формула суммы n первых членов (через первый член и разность или знаменатель)	$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$
Характеристическое свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$
Сумма бесконечной геометрической прогрессии	—	$S = \frac{b_1}{1 - q}, \quad q < 1$

Примеры

Прогрессия	Дано	Найти 10-й член	Найти сумму 10-ти первых членов, S_{10}
Арифметическая	3; 5; 7; ... $a_1=3; d=2$	$a_{10}=a_1+d \cdot (10-1)$ $a_{10}=3+2 \cdot 9=21$	$S_{10}=\frac{a_1+a_{10}}{2} \cdot 10$ $S_{10}=\frac{3+21}{2} \cdot 10=120$
Геометрическая	2; 4; 8; ... $b_1=2; q=2$	$b_{10}=b_1 \cdot q^{10-1}$ $b_{10}=2 \cdot 2^9=2^{10}=1024$	$S_{10}=\frac{b_1 \cdot (q^{10}-1)}{q-1}$ $S_{10}=\frac{2 \cdot (1024-1)}{2-1}=2046$

Прогрессия	Дано	Найти сумму
Бесконечная геометрическая	8; 4; 2; 1; ... $b_1=8; q=\frac{1}{2}; \left \frac{1}{2} \right < 1$	$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{8}{1-\frac{1}{2}}=\frac{8}{\frac{1}{2}}=8 \cdot 2=16$