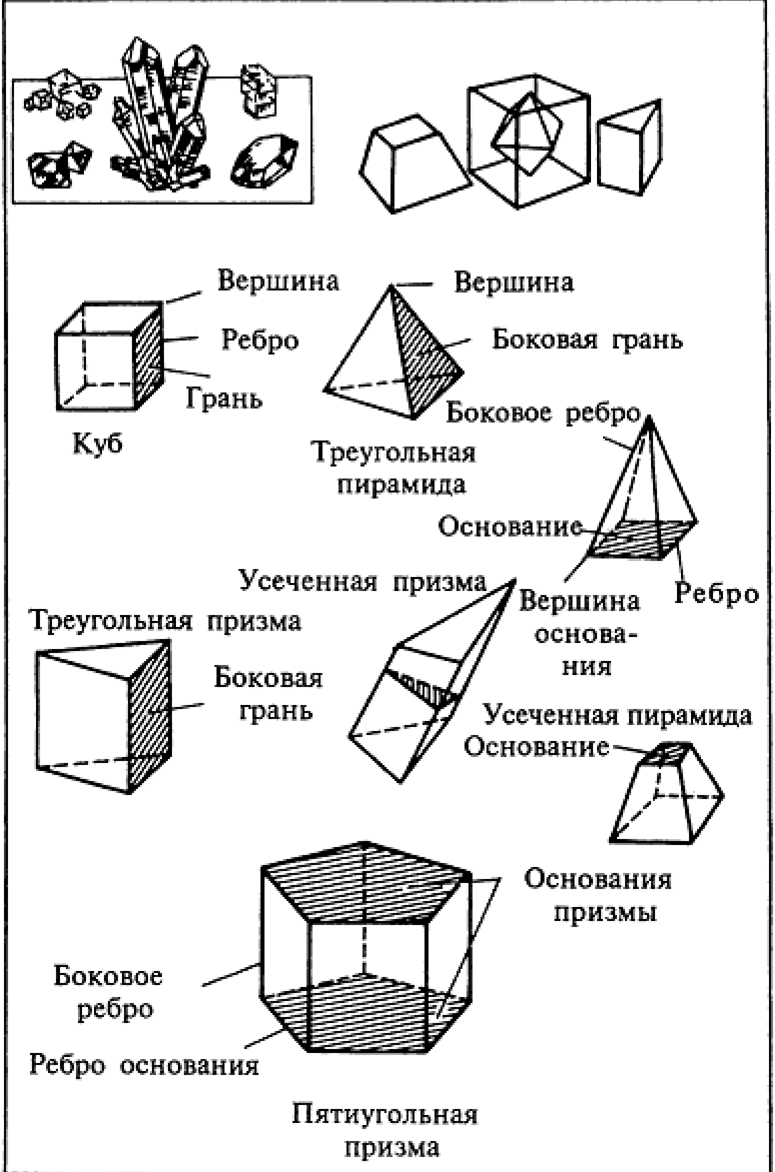
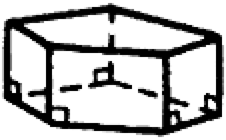
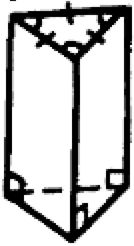
МНОГОГРАННИКИ



ВИДЫ ПРИЗМ



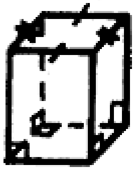
Правильные призмы



Призмы

Прямые параллелепипеды

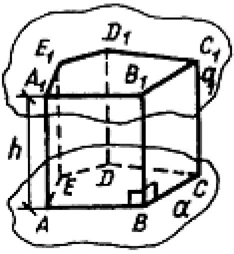
Прямоугольные параллелепипеды

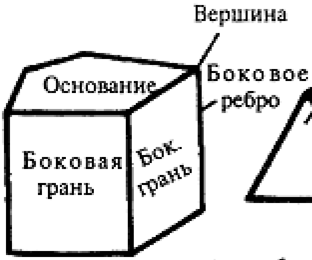


Призма
→ Ребро перпендикулярно основанию → Прямая призма → Основание — правильный многоугольник → Правильная призма
→ Ребро не перпендикулярно основанию → Наклонная призма → Наклонный параллелепипед

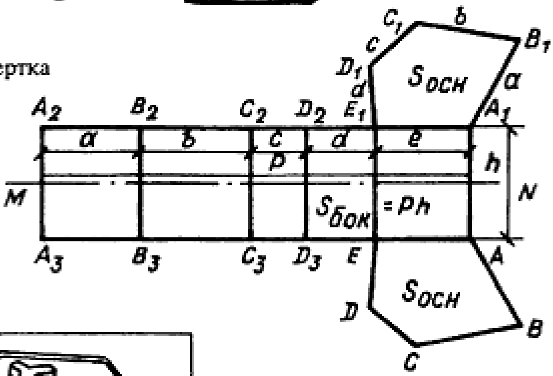
Прямой параллелепипед → Основание — квадрат → Правильный параллелепипед → Все грани — квадраты → Куб

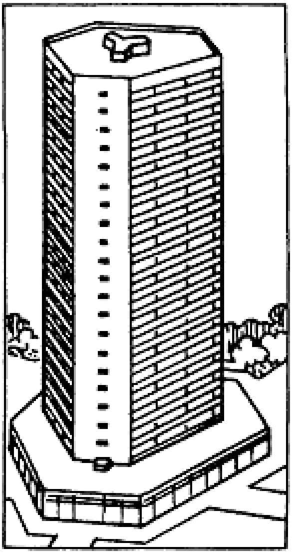
ПРЯМАЯ ПРИЗМА





Развертка





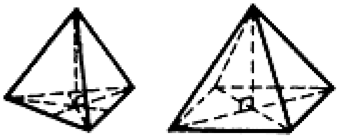
Площадь поверхности

$$S_{пр} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Объем $V_{пр} = Sh$

ВИДЫ ПИРАМИД

ПИРАМИДЫ



Правильные пирамиды

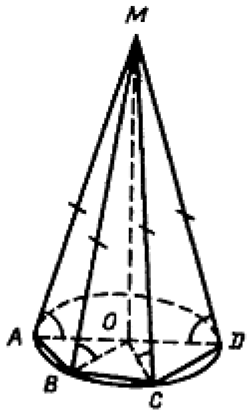
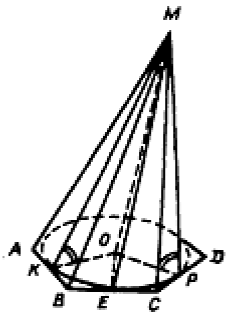
Пирамида

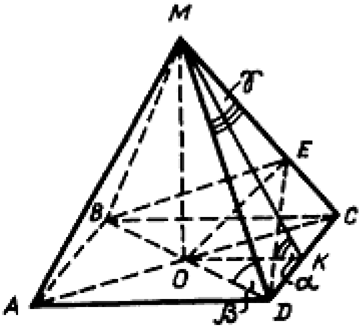
→ Основание — правильный многоугольник

→ → Высота восставлена из центра основания → Правильная пирамида

→ → Высота восставлена не из центра основания → Неправильная пирамида

→ Основание не является правильным многоугольником → Неправильная пирамида

ПИРАМИДЫ	
ИЗОБРАЖЕНИЕ	ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ
	Если $MA = MB = MC = \ldots$, то $MO \perp ABC$. Если $\angle MAO = \angle MBO = \angle MDO = \angle MCO = \ldots$, то O — центр описанной окружности
	Если $\angle MKO = \angle MEO = \angle MPO = \ldots$, то O — центр вписанной окружности



$MABCD$ — правильная четырехугольная пирамида; $AB = BC = CD = DA = a$ — сторона основания; $\angle CDA = \angle DAB = \angle ABC = \angle BCD = 90°$; $MA = MB = MC = MD = l$ — боковое ребро; $MO = h$ — высота; $MK = k$ — апофема

$\angle MKO = \alpha$ — линейный угол двугранного угла при основании (угол наклона боковой грани к плоскости основания)

$\angle MAO = \beta$ — угол наклона бокового ребра к плоскости основания)

$\angle AMB = \gamma$ — плоский угол при вершине боковой грани

$AO = R$ — радиус окружности, описанной около основания

$OK = r$ — радиус окружности, вписанной в основание

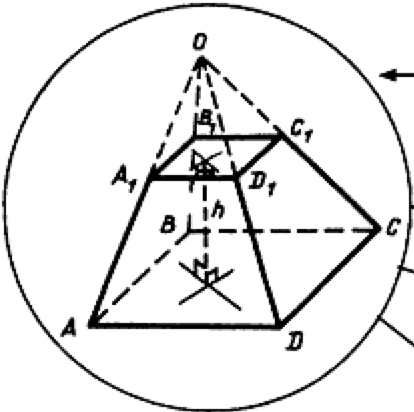
M — вершина пирамиды

УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА

ПОСТРОЕНИЕ

$OABCD$ — пирамида
$(ABCD) \parallel (A_1B_1C_1D_1)$:

$OA_1B_1C_1D_1$ — пирамида
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — усеченная пирамида



$H_O^k(ABCD) = A_1B_1C_1D_1$

Боковые грани — трапеции

$S_{\text{полн.пов}} = S_{\text{осн}_1} + S_{\text{осн}_2} + S_{\text{бок}}$

Если $OABCD$ — правильная пирамида, то $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — правильная усеченная пирамида

$S_{\text{бок.пов}} = \frac{1}{2}(P + p)h$ где
P, p — периметры оснований

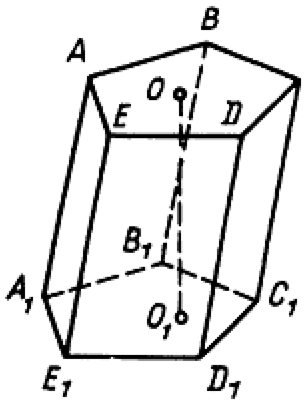
$V = \frac{1}{3}h\left(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2\right)$

$S_1 = S_{ABCD}$, $S_2 = S_{A_1B_1C_1D_1}$

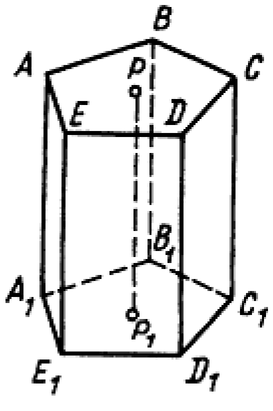
Высота трапеции боковой грани — апофема правильной усеченной пирамиды (h)

В правильной усеченной пирамиде грани — равные равнобедренные трапеции

ВЫСОТЫ МНОГОГРАННИКОВ



$OO_1 \perp (ABC)$; $OO_1 \perp (A_1B_1C_1)$; OO_1 — высота призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$

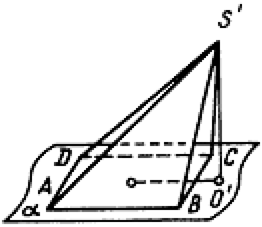


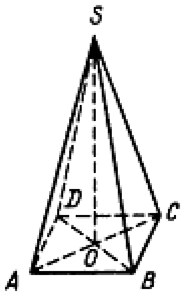
PP_1 — высота правильной пятиугольной призмы

PP_1 — отрезок, соединяющий центры многоугольников (оснований призмы)

<table>
<tr>
<td>

$S'O' \perp \alpha$; $S'O'$ — высота наклонной пирамиды; α — плоскость основания



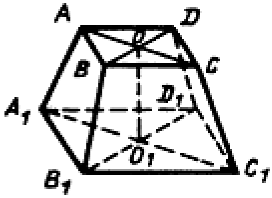


$SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида; SO — высота пирамиды

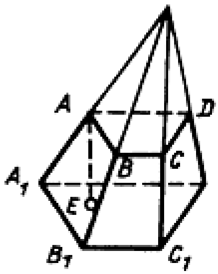
</td>
<td>

SO— отрезок, соединяющий вершину пирамиды и центр многоугольника (основание пирамиды)

</td>
</tr>
<tr>
<td>



OO_1 — высота правильной четырехугольной усеченной пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$



$AE \perp (A_1B_1C_1)$; AE — высота усеченной пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$

</td>
<td>

OO_1 — отрезок, соединяющий центры правильных многоугольников (оснований пирамиды)

</td>
</tr>
</table>

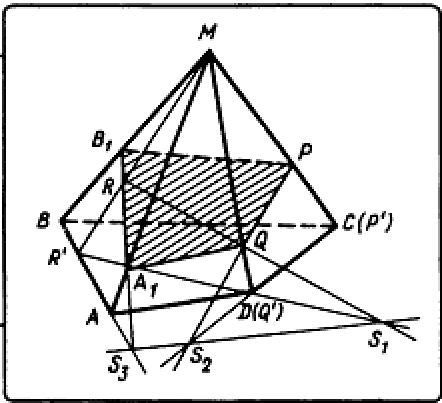
СЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКА

PQA_1B_1 — сечение многогранника $MABCD$

На ребрах MC, MD пирамиды $MABCD$ взяты соответственно точки P и Q, а в грани MAB взята точка R. Построим сечение пирамиды плоскостью α, проходящей через точки P, Q и R

1) P', Q' и R' — проекции точек P, Q и R на плоскость (ABC) из центра M

7) B_1P; A_1Q; B_1PA_1Q — искомое сечение



3) $S_2 = PQ \cap P'Q'$

5) $S_3 = AB \cap S_1S_2$

2) $S_1 = RQ \cap R'Q'$

6) $A_1 = S_3R \cap MA$

$B_1 = S_3R \cap MB$

$\alpha \cap MAB = A_1B_1$

4) $S_1 \in RQ$, $RQ \subset \alpha \to S_1 \in \alpha$

$S_1 \in R'Q'$, $R'Q' \in (ABC) \to \alpha \to S_1 \in (ABC)$

Значит, $\alpha \cap (ABC)$, где $S_1 \in \alpha \cap (ABC)$

Аналогично, $\alpha \cap (AC)$, где $S_2 \in \alpha \cap (ABC)$. Поэтому

$S_1S_2 \subset \alpha$ и $S_1S_2 \subset (ABC)$. Таким образом,

$\alpha \cap (ABC) = S_1S_2$ (след плоскости α на (ABC)