

**Основной государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Вариант №1

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 16–20, 24–26).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	дровяная	8–12	40	18 000
2	дровяная	10–16	48	19 500
3	электрическая	9–15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6500 руб.

- 1** Установите соответствие между объёмами помещения и номерами печей, для которых данный объём является наименьшим для отопления помещений. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объём (куб. м)	8	9	10
Номер печи			

- 2** Найдите объём парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в кубических метрах.

Ответ: _____.

- 3 Во сколько рублей обойдётся покупка электрической печи с установкой и доставкой, если доставка печи до дачного участка будет стоить 800 рублей?

Ответ: _____.

- 4 На дровяную печь, масса которой 48 кг, сделали скидку 10%. Сколько рублей стала стоить печь?

Ответ: _____.

- 5 Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2.



Рис. 1

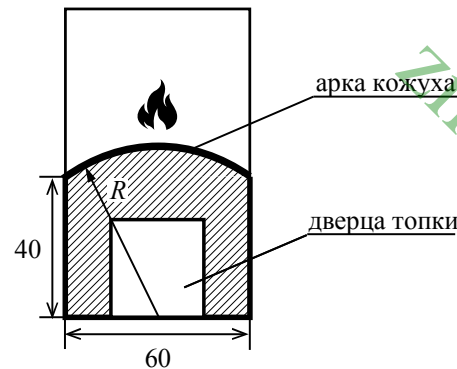


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (см. рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}$.

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $0,098$; $-0,02$; $0,09$; $0,11$.



Какой точке соответствует число $0,09$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{18} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение $x^2 - 49 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 10 В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 чёрная, 9 жёлтых и 20 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

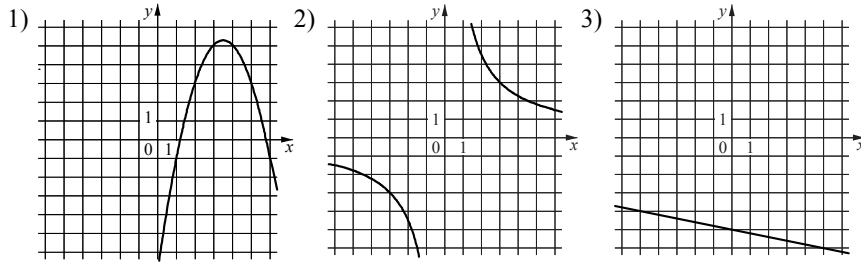
ФУНКЦИИ

А) $y = -\frac{1}{5}x - 5$

Б) $y = -x^2 + 7x - 7$

В) $y = \frac{9}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:

$-1; 2; 5; \dots$

Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: _____.

13 Найдите значение выражения $\frac{1}{8x} - \frac{8x+8y}{64xy}$ при $x = \sqrt{30}$, $y = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

14 В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 12 колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

15 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$$

1) (7; 8)

3) $(-\infty; 8)$

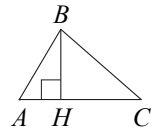
2) $(-\infty; 7)$

4) $(7; +\infty)$

Ответ:

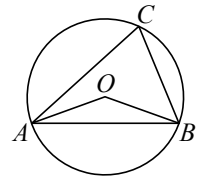
16 В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH , $\angle BAC = 48^\circ$. Найдите угол ABH . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



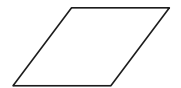
17 Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 153° . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



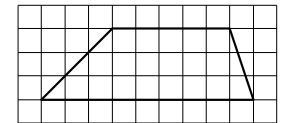
18 Периметр ромба равен 36, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.

Ответ: _____.



19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.

Ответ: _____.



Часть 2

20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.
- 3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите неравенство $\frac{-13}{(x-4)^2-6} \geq 0$.

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 96 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 10 & \text{при } x \geq 1, \\ x + 2 & \text{при } x < 1. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

24 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 16$ и $CH = 4$. Найдите высоту ромба.

25 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

26 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 30$, $AC = 100$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.

- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиуса R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиуса R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	132
2	15,4
3	22300
4	17550
5	50
6	1,2
7	2
8	8
9	7
10	0,3
11	312
12	25
13	-0,5
14	54500
15	2
16	42
17	76,5
18	40,5
19	7
20	23 <или> 32

znaniye56.ru

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21 Решите неравенство $\frac{-13}{(x-4)^2-6} \geq 0$.

Решение.

Исходное неравенство принимает вид

$$\frac{13}{(x-4-\sqrt{6})(x-4+\sqrt{6})} \leq 0,$$

откуда $4-\sqrt{6} < x < 4+\sqrt{6}$.

Ответ: $(4-\sqrt{6}; 4+\sqrt{6})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 96 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{84}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{96}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{84} + \frac{s}{96}} = 89,6.$$

Ответ: 89,6 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 10 & \text{при } x \geq 1, \\ x + 2 & \text{при } x < 1. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

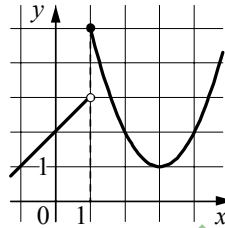
Решение.

Построим график функции $y = x + 2$ при $x < 1$

и график функции $y = x^2 - 6x + 10$ при $x \geq 1$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m = 1$ или $3 \leq m \leq 5$.

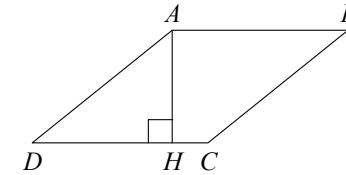
Ответ: $m = 1$; $3 \leq m \leq 5$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 16$ и $CH = 4$. Найдите высоту ромба.

Решение.



Поскольку $ABCD$ — ромб, $AD = DC = DH + HC = 20$.

Треугольник ADH прямоугольный, поэтому:

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 12.$$

Ответ: 12.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

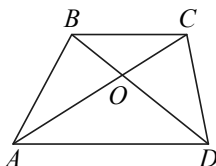
- 25 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

Доказательство.

Расстояния от точек B и C до прямой AD равны, следовательно, площади треугольников ABD и ACD равны. Тогда

$$S_{AOB} = S_{ABD} - S_{AOD} = S_{ACD} - S_{AOD} = S_{COD}.$$

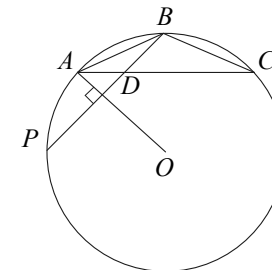
Значит, площади треугольников AOB и COD равны.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 26 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=30$, $AC=100$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Решение.



Пусть продолжение отрезка BD за точку D пересекает окружность, описанную около треугольника ABC , в точке P (см. рис.). Тогда хорда BP перпендикулярна радиусу OA этой окружности. Значит, точка A — середина дуги BP , не содержащей вершину C . Отсюда следует, что $\angle ABD = \angle ABP = \angle ACB$ (как вписанные углы, опирающиеся на равные дуги). Поэтому треугольники ABD и ACB подобны по двум углам (угол A — общий).

Следовательно,

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC},$$

откуда $AD = \frac{AB^2}{AC} = 9$; $CD = AC - AD = 100 - 9 = 91$.

Ответ: 91.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл